

## Hindmarsh-Rose Biyolojik Nöron Modelinin Temel Dinamik Analizleri ve Analog Devre Simülasyonları

\*<sup>1</sup>İhsan Pehlivan, <sup>2</sup>Akın Özdemir, <sup>3</sup>Emre Gülyüz, <sup>4</sup>Onur Kalaycı, <sup>1</sup>Akif Akgül  
<sup>1</sup>Teknoloji Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği, Sakarya Üniversitesi, Türkiye  
<sup>2</sup>Tübitak, Bilişim ve Bilgi Güvenliği İleri Teknolojiler Araştırma Merkezi, Kocaeli, Türkiye  
<sup>3</sup>Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Mühendisliği, Sakarya Üniversitesi, Türkiye  
<sup>4</sup>Fen Bilimleri Enstitüsü, Mekatronik Mühendisliği, Sakarya Üniversitesi, Türkiye

### Özet

Bu çalışmada literatürde iyi bilinen Hindmarsh-Rose biyolojik nöron modelinin çeşitli dinamik davranışları tanıtılmıştır. Farklı davranışlar için HR nöron modelinin temel özellikleri faz portreleri, çatallaşma diyagramı ve Lyapunov üstelleri spektrumu yöntemleri ile analiz edilmiştir. Daha sonrasında HR nöron modelinin farklı davranışlar için elektronik devre simülasyonları OrCAD-Pspice ortamında gerçekleştirilmiştir. Matlab ve OrCAD-PSpice simülasyon araçlarından elde edilen sonuçlar oldukça benzerdir. Tüm elde edilen sonuçlar HR nöron modelinin ilginç karakteristik özellikler ile karmaşık dinamik bir yapıya sahip olduğunu göstermektedir. HR nöron modelinin özellikle kaotik davranışı fizik, sinyal işleme, güvenli haberleşme, rasgele sayı üretme ve siber güvenlik gibi birçok bilimsel ve mühendislik uygulamalarında kullanılabilir.

**Anahtar Kelimeler:** Hindmarsh-Rose nöron modeli, nöron davranışları, nöron modelinin elektronik devresi

## Basic Dynamical Analyses and Analog Circuit simulations of the Hindmarsh-Rose Biological Neuron Model

### Abstract

In this paper, several behaviors of a well-known biological neuron model of the Hindmarsh-Rose are introduced. Basic properties of the HR neuron model for several behaviors are analyzed by means of phase portraits, bifurcation diagram and Lyapunov exponents spectrum. Furthermore electronic circuit designs of the HR neuron model for different behaviours are simulated by using OrCAD-PSpice tool. The simulation results obtained from Matlab and OrCAD-PSpice simulation tool are quite similar. The all obtained results show that the HR neuron model has complex dynamics with some interesting characteristics. Especially chaotic behavior of the HR neuron model can be useful in many engineering and scientific applications such as physics, signal processing, secure communication, random number generation and cyber security.

**Key words:** Hindmarsh-Rose neuron model, neuron behaviors, electronic circuit of neuron model

## 1. Giriş

Vücutumuzdaki en kompleks organ olan beynin yapısını ve çalışma prensibini anlamak, sinir sistemimizi oluşturan nöron hücrelerini modellemek ve nöron davranışlarını simüle etmek amaçlarıyla farklı matematiksel denklemlerle ifade edilen birçok biyolojik nöron modeli geliştirilmiştir [1-8].

Canlı vücudunda mikro seviyelerde bulunan nöronun ürettiği sinyali ölçmek çok zor olduğu için parametre değişimlerinin nöron davranışları üzerindeki fiziksel etkilerini incelemek amacıyla harici sayısal nöron modelleri ve donanım uygulamaları geliştirilmektedir. Nöron yapısında bulunan biyolojik ve fiziksel değişimleri temsil eden parametreler sayısal analiz metodları ve donanım simülasyon ve gerçeklemeleri aracılığıyla incelenerek nöron davranışları anlaşılmasına çalışılmaktadır.

Bu çalışmada basit bir yapısı olmasına rağmen birçok farklı nöron davranışını gösterebilen Hindmarsh-Rose [7] nöron modeli ele alınmıştır. HR nöron modelinin temel dinamik özellikleri çatallaşma diyagramı ve Lyapunov üstelleri spektrumu analizleri ile incelenmiştir. 3 temel nöron davranışı olan burst, spike ve kaotik davranışlar için zaman serileri ve faz portreleri çıkarılmıştır.

## 2. Hindmarsh-Rose Nöron Modeli

1952 yılında yayınlanan bir makale ile tanıtılan Hodgkin-Huxley (HH) nöron modeli[2] çalışması 1963 yılında sahiplerine fizyoloji ve tıp alanlarında Nobel ödülü kazandırmıştır. Sonrasında Fitzhugh ve Nagumo tarafından HH nöron modelinin basitleştirilmesi çalışmaları sonucunda Fitzhugh-Nagumo (FHN) nöron modeli [3-4] tanımlanmıştır. 2 durum değişkenine sahip FHN modeline 1 değişken daha eklenerek elde edilen Hindmarsh-Rose (HR) [7] nöron modeli diferansiyel denklemlerle aşağıda tanımlanmıştır:

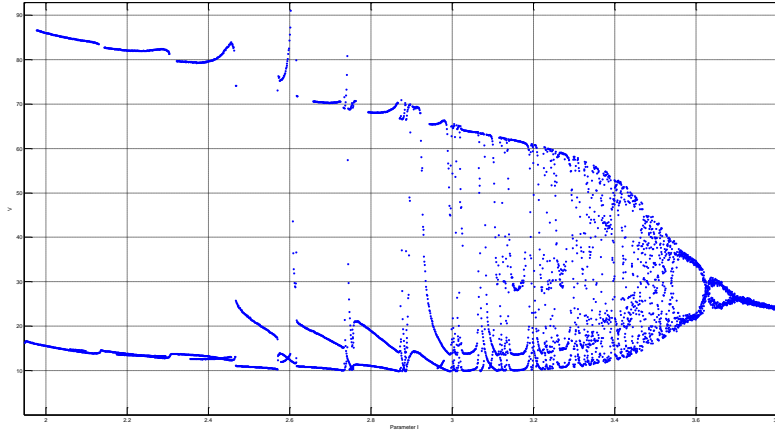
$$\begin{aligned}\dot{v} &= u - v^3 + bx^2 + I - w \\ \dot{u} &= 1 - 5v^2 - u \\ \dot{w} &= \mu(s(v - v_{rest}) - w)\end{aligned}\quad (1)$$

(1) nolu denklemler kümesinde, membrana (hücre zarı) uygulanan akım  $I$  parametresi ile ve membranda oluşan voltaj ise  $v$  parametresi ile gösterilir.  $u$  ve  $w$  toparlanma parametrelerini  $v_{rest}$  ise dinlenme potansiyelini temsil eder.  $b$  parametresi ile kaotik/spike-burst davranışları arasındaki geçişlerin kontrolü,  $\mu$  parametresi ile spike davranışının frekansı ve burst davranışındaki spike sayısının kontrolü sağlanır.  $s$  ise adaptasyonu sağlayan parametredir. HR Nöron Modeli'nin dinamik analizleri  $\mu = 0.01$ ,  $s = 4$ ,  $v_{rest} = -1.6$  parametre değerleri sabit tutularak,  $b$  ve  $I$  parametrelerine bağlı olarak yapılabilir. Sabit parametre değerleri (1) nolu denklemlere yerleştirilerek analizleri yapılacak HR Nöron Modeli (2) nolu denklemlerdeki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}\dot{v} &= u - v^3 + bx^2 + I - w \\ \dot{u} &= 1 - 5v^2 - u \\ \dot{w} &= 0.01(4(v + 1.6) - w)\end{aligned}\quad (2)$$

## 2.1. Çatallaşma Diyagramı

Şekil 1.'de HR nöron modeli için membrana uygulanan akım değerini temsil eden  $I$  parametresinin değişimine göre membran yüzeyinde oluşan voltaj değerlerini temsil eden  $v$  parametresinin çatallaşma diyagramı görülmektedir. Çatallaşma diyagramının elde edilmesinde Matlab programından yararlanılmıştır.

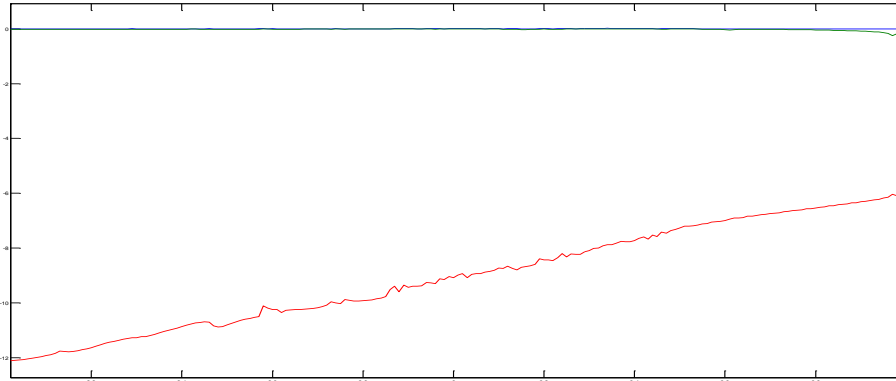


Şekil 1. HR Nöron Modeli Çatallaşma Diyagramı

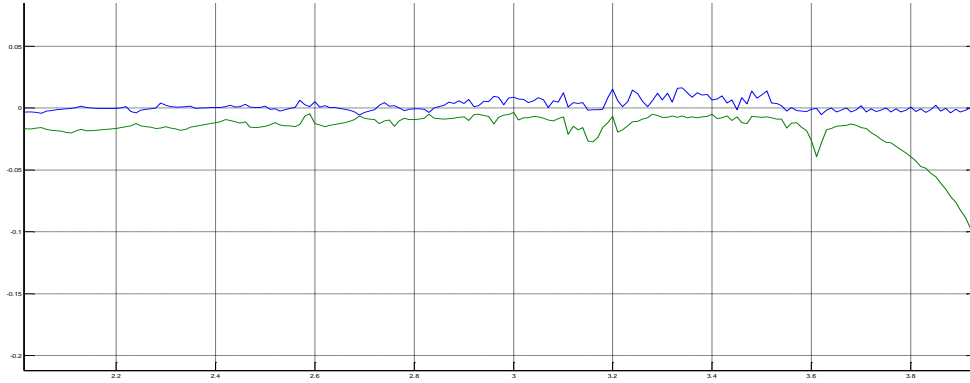
Uygulanan  $I$  akım değeri 2 ile 3.6 arasında değerler aldığındaki sistem birçok kez kaosa girip çıkmaktadır. Özellikle  $I$  parametresinin 3 ile 3.6 arasındaki değerlerinde sistemin çoğunlukla kaotik davranışa sahip olduğu görülmektedir.

## 2.2. Lyapunov üstelleri spektrumu

Membran akım parametresi  $I$  için Lyapunov üstelleri spektrumu Şekil 2.'de gösterilmektedir. Lyapunov üstellerinden biri sürekli negatif bölgede iken diğer ikisi 0 civarında değerler almaktadır. Sistemin kaosta olduğu bölgeleri belirleyebilmek için en yüksek Lyapunov üstelinin (Largest Lyapunov Exponent, LLE) pozitif değer aldığı noktaları tespit etmek gereklidir. Bunun için Şekil 3.'de LLE daha yakından incelenmiştir.



Şekil 2. I parametresinin değişimi durumunda Lyapunov Üstelleri Spektrumu



Şekil 3. LLE (Largest Lyapunov Exponent)'ye ait Spektrumun yakından incelenmesi

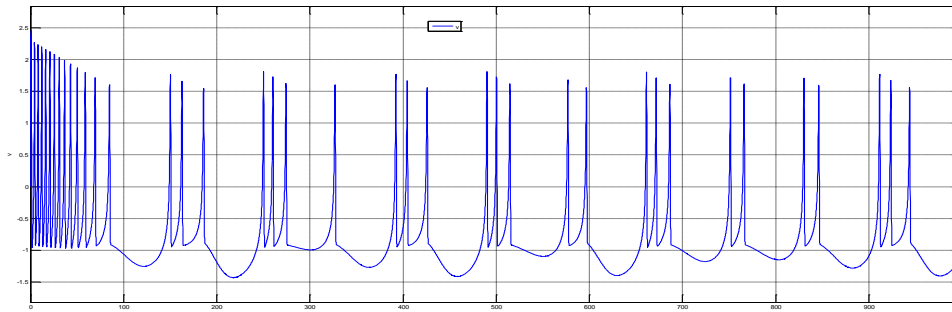
Şekil 3.'den görüldüğü gibi membran akım parametresi  $I$ 'nin 2 ile 2.8 değerleri arasında, LLE pozitif değerlerde olsa da çoğunlukla negatiftir.  $I$ 'nin 2.8 ile 3.6 değerleri arasında LLE çoğunlukla pozitif değerler olarak çoğunlukla kaotik durumda bulunmaktadır.  $I$ 'nin 3.6 değerinden sonra ise LLE, negatif değerler aldığından sistem kaotik durumdan çıkmaktadır.

### 2.3.Farklı nöron davranışları için zaman serileri ve faz portreleri analizi

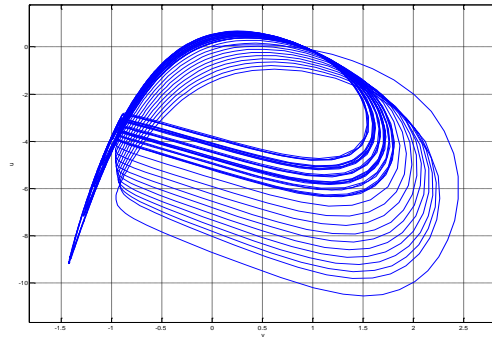
HR Nöron modelinin farklı dinamik nöron davranışlarını zaman serileri ve faz portreleri yoluyla incelemek üzere, kaotik/spike-burst davranışları arasındaki geçişlerin kontrolü sağlayan  $b$  parametresi ele alınmıştır. Öncelikle  $b$  parametresi 2.96 değerine sabitlenerek nöronun kaotik ve spike davranışları incelenmiştir. Daha sonra nöronun Burst davranışını incelemek üzere  $b$  parametresi 3 değerine sabitlenmiştir.

#### 2.3.1. Kaotik Davranış

HR Nöron modelinin kaotik davranış analizi için, Şekil 1.'deki Çatallaşma Diyagramı ve Şekil 3.'deki Lyapunov Üstelleri Spektrumundan yararlanılarak, membran akımı parametresi  $I=3$  olarak tespit edilmiş, ayrıca tüm başlangıç değerleri de 0 olarak seçilmiştir. Membran yüzeyinde oluşan voltaj değerlerini temsil eden  $v$  parametresine ait zaman serisi Şekil 4.'de,  $u-v$  faz portresi ise Şekil 5.'de gösterilmiştir.



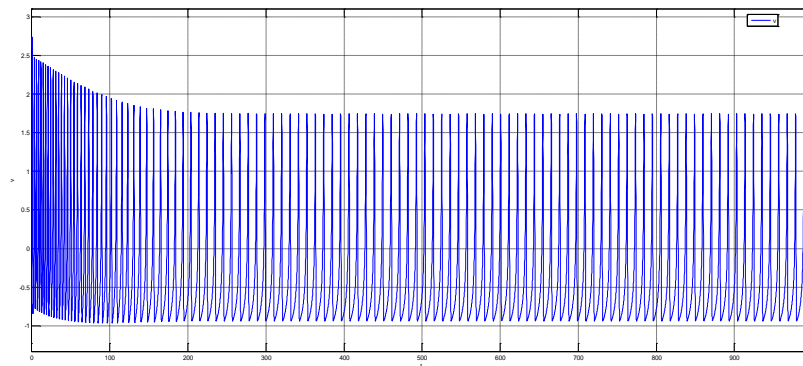
Şekil 4. HR Nöron Modeli Kaotik Davranışının  $v$  durum değişkeninin zaman serisi üzerinden incelenmesi, (Membran akımı parametresi  $I=3$ )



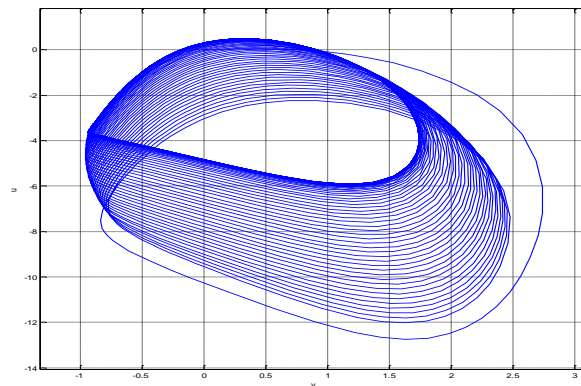
Şekil 5. HR Nöron Modeli Kaotik Davranışının u-v faz portresi üzerinden incelenmesi, (Membran akımı,  $I=3$ )

### 2.3.2. Spike Davranışı

HR Nöron modelinin Spike davranış analizi için membran akımı parametresi  $I=5$  olarak tespit edilmiş, ayrıca tüm başlangıç değerleri de 0 olarak seçilmiştir. Membran yüzeyinde oluşan voltaj değerlerini temsil eden  $v$  parametresine ait zaman serisi Şekil 6.'da, u-v faz portresi ise Şekil 7.'de gösterilmiştir.



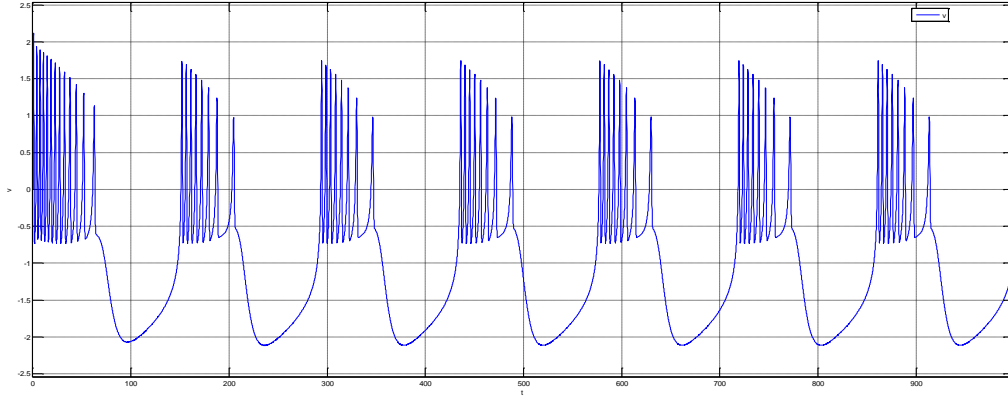
Şekil 6. HR Nöron Modeli Spike Davranışının  $v$  durum değişkeninin zaman serisi üzerinden incelenmesi, (Membran akımı parametresi  $I=5$ )



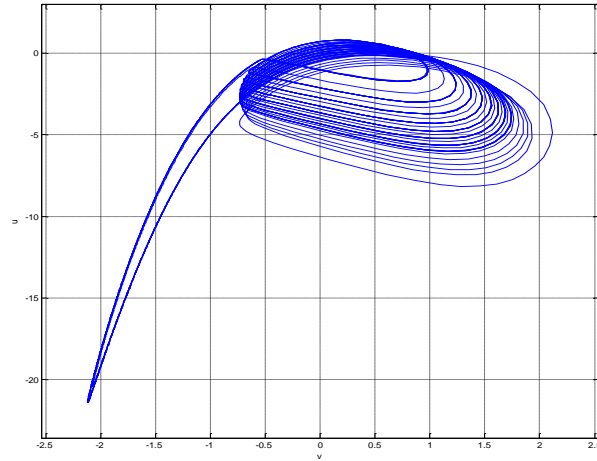
Şekil 7. HR Nöron Modeli Spike Davranışının u-v faz portresi üzerinden incelenmesi, (Membran akımı,  $I=5$ )

### 2.3.3. Burst Davranışı

HR Nöron modelinin Burst davranış analizi için membran akımı parametresi  $I=2.66$  olarak sabitlenmiş, ayrıca tüm başlangıç değerleri de 0 olarak seçilmiştir. Membran yüzeyinde oluşan voltaj değerlerini temsil eden  $v$  parametresine ait zaman serisi Şekil 8.'de, u-v faz portresi Şekil 9.'da gösterilmiştir.



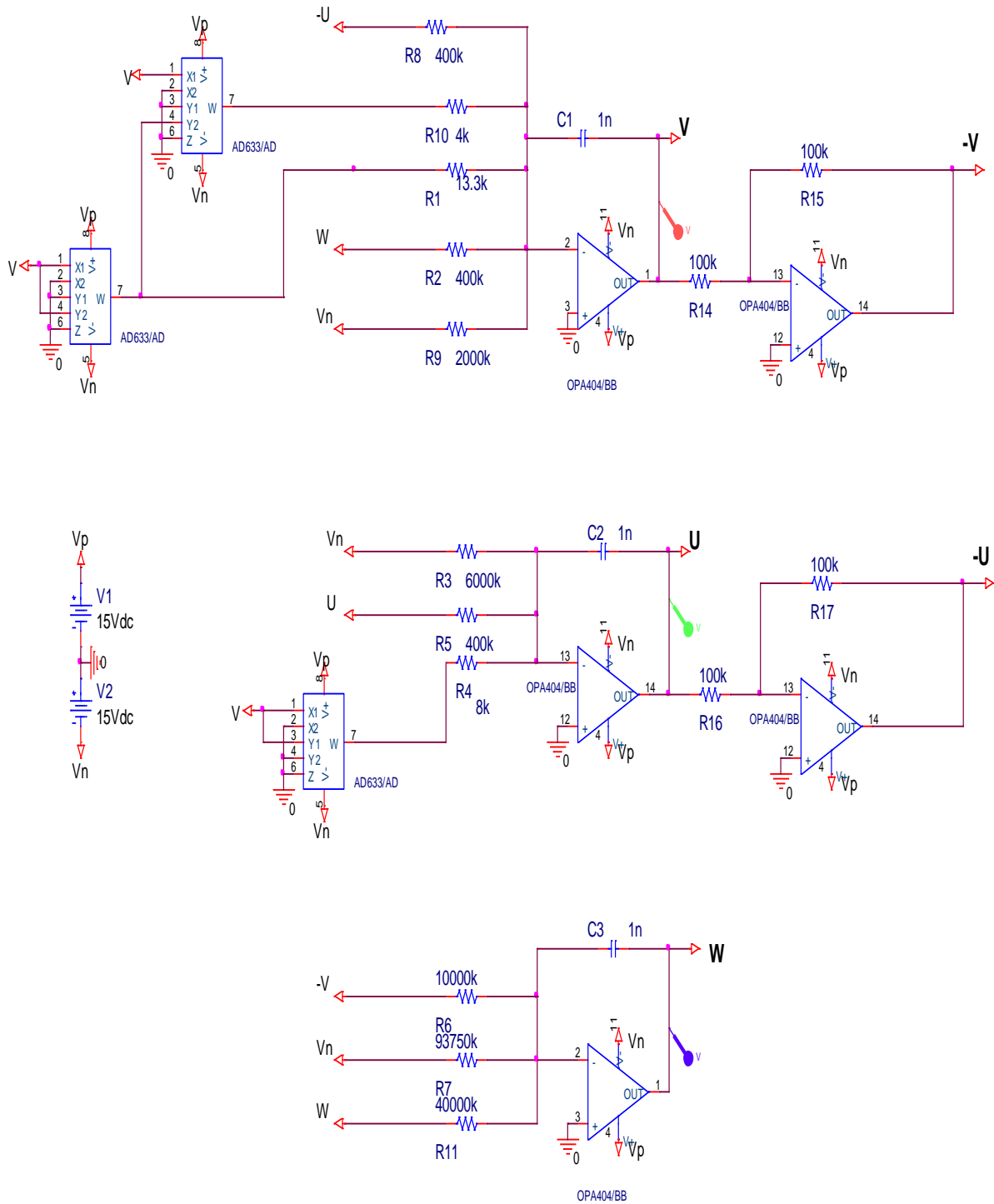
Şekil 8. HR Nöron Modeli Burst Davranışının  $v$  durum değişkeninin zaman serisi üzerinden incelenmesi, (Membran akımı parametresi  $I=2.66$ )



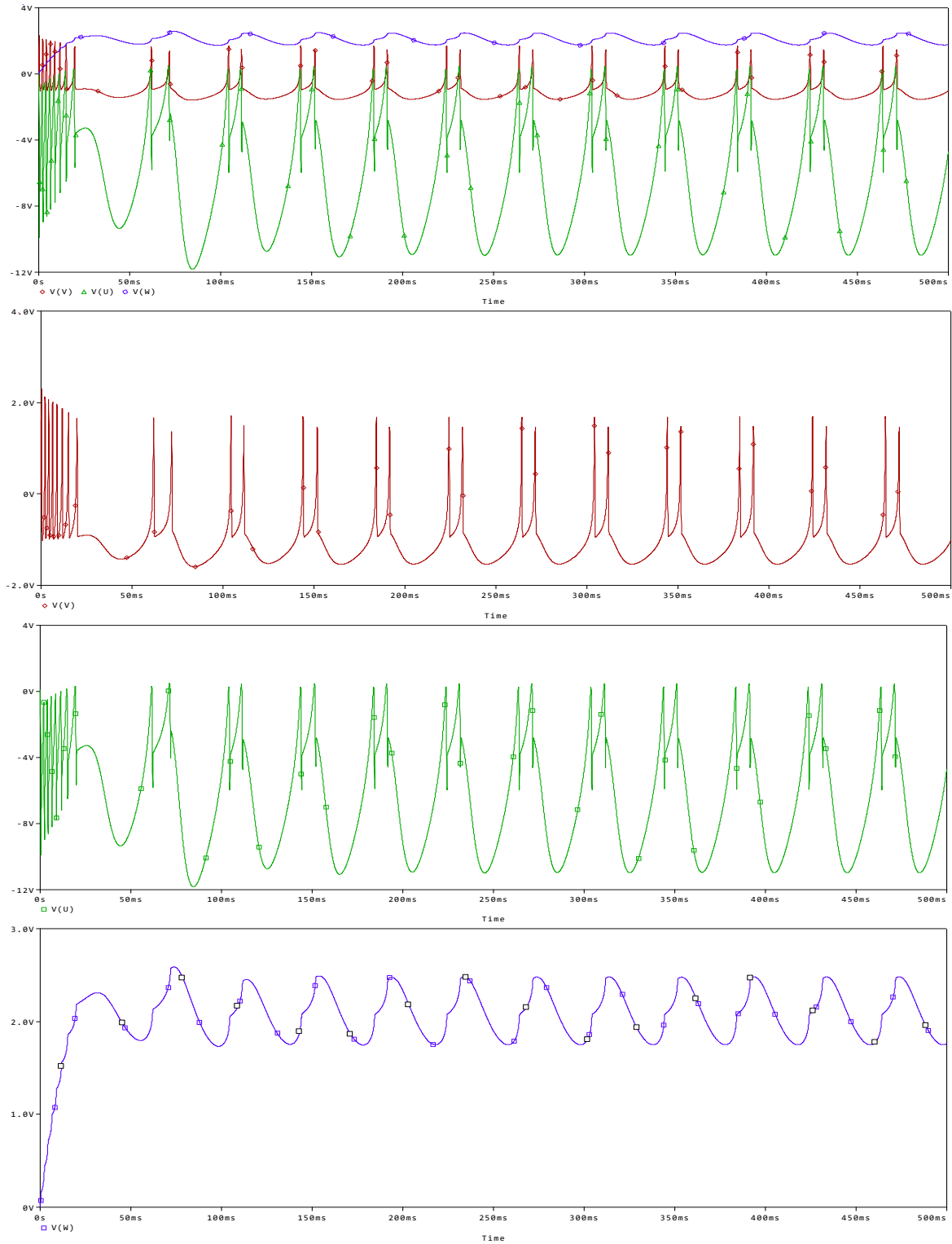
Şekil 9. HR Nöron Modeli Burst Davranışının u-v faz portresi üzerinden incelenmesi, (Membran akımı,  $I=2.66$ )

### 2.4. Elektronik Devre Simülasyonu

HR Nöron Kaotik modelinin OrCAD-Pspice programında analog elektronik devre elemanları ile tasarlanana devresi Şekil 10.'da sunulmuştur. Tasarlanan HR Nöron Kaotik devresine ait simülasyonlar ile elde edilen ve zaman serileri ile faz portresini içeren simülasyon sonuçları sırasıyla Şekil 11. ve Şekil 12'de görülmektedir.

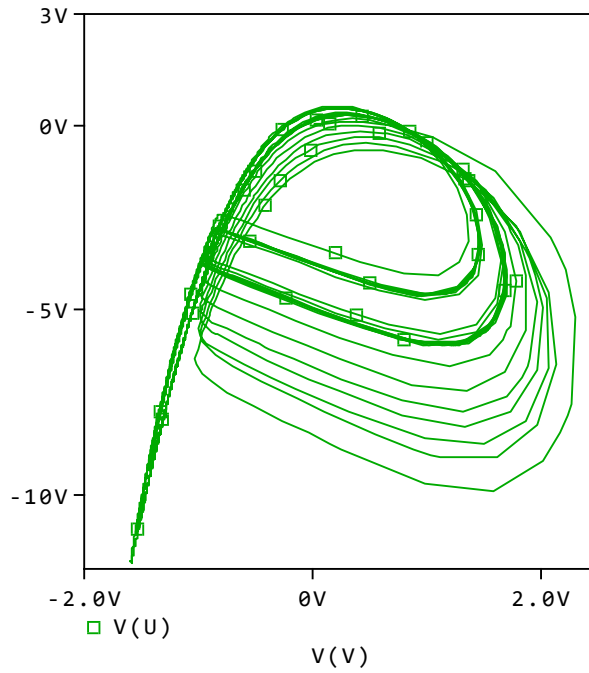


Şekil 10. OrCAD-Pspice programında tasarlanan HR Nöron Modelinin Analog Elektronik Devresi



Şekil 11. HR Nöron Modeli Elektronik Devresinin OrCAD-Pspice simülasyonlarına ait  $v$ ,  $u$ ,  $w$  durum değişkenlerinin kaotik zaman serileri





Şekil 12. HR Nöron Modeli Elektronik Devresinin OrCAD-Pspice simülasyonlarına ait  $v-u$  kaotik faz portresi grafiği

### 3. Sonuçlar

Bu çalışmada, öncelikle HR nöron modelinin Matlab programı yardımıyla elde edilen Çatallaşma Diyagramı ve Lyapunov Üstelleri Spektrumu grafiklerinden yararlanılarak; farklı dinamik davranışları arasındaki geçişlerin kontrolünü sağlayan  $b$  parametresi ile  $I$  membran akımı parametresi değerleri, her bir davranış tipi için ayrı ayrı tespit edilmiş ve bu değerler için HR nöron modelinin Spike, Burst ve Kaotik olmak üzere üç farklı dinamik davranışı analiz edilebilmiştir. Daha sonra HR nöron modelinin farklı davranışlarını analog elektronik devre ile simüle edebilmek amacıyla OrCAD-Pspice ortamında bir taklitçi elektronik devre tasarlanmıştır.

Parametre değişimi ile HR nöron modeli davranışını değiştirerek elde edilen MATLAB sayısal çözüm ve OrCAD-Pspice elektronik devre simülasyon sonuçlarının birbirleriyle uyumlu olduğu gözlemlenmiştir. HR Nöron modeli karmaşık yapısı ve ilginç karakteristik özelliğiyle, diğer bazı kaotik sistemler gibi fizik, sinyal işleme, güvenli haberleşme, rastgele sayı üretme ve siber güvenlik gibi birçok bilimsel ve mühendislik uygulamalarında kullanılabileceği düşünülmektedir.

**Kaynaklar**

- [1] McCulloch, W.S., Pits, W.H., A logical calculus of ideas immanent in nervous activity. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 1943, 5: 115-133.
- [2] Hodgkin A, Huxley A. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *Journal of Physiology*, 1952; 117: 500-544.
- [3] FitzHugh R. Mathematical models for excitation and propagation in nerve. In: Schawn HP, editor. *Biological Engineering*. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1969. pp. 1-85.
- [4] Nagumo J, Sato S. On a response characteristic of mathematical neuron model. *Kybernetik*, 1972; 10: 155-164.
- [5] Wilson HR, Cowan JD. Excitatory and inhibitory interactions in localized populations of model neurons. *Biophysical Journal*, 1972; 12: 1-24.
- [6] Morris C, Lecar H. Voltage oscillations in the barnacle giant muscle ber. *Biophysical Journal*, 1981; 35: 193-213.
- [7] Hindmarsh JL, Rose RM. A model of neuronal bursting using three couple first order differential equations. *Proc. R. Soc. Lond. Biol. Sci.*, 1984; 22: 87-102.
- [8] Izhikevich EM. Simple model of spiking neurons. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2004; 14(6): 1569-1572.